LANGSUNG TERBIT

KALKULUS 1



Alvian Sroyer, S.Si., M.Si. | Williza Yanti, M.Pd.
Mayor M. H. Manurung, S.Pd., M.Pd. | Abraham, M.Si. | Sumarni, S. Kom, M. Kom.
Wa Malmia, S.Pd., M.Si. | Dr. Fajriana, S.Si., M.Si. | Usman Tahir, ST. M.T.
Didiek Hari Nugroho, S.T., M.T. | Ibnu Maja, S.Si., M.M. | Tiku Tandiangnga, S.Si., M.Sc.

Editor : Weni Yuliani, S.Si., M.M

KALKULUS 1

Penulis:
Alvian Sroyer, S.Si., M.Si.
Williza Yanti, M.Pd.
Mayor M. H. Manurung, S.Pd., M.Pd.
Abraham., M.Si.
Sumarni, S. Kom, M. Kom.
Wa Malmia, S.Pd., M.Si.
Dr. Fajriana, S.Si., M.Si.
Usman Tahir ST. M.T.
Didiek Hari Nugroho, S.T., M.T.
Ibnu Maja, S.Si., M.M.
Tiku Tandiangnga, S.Si., M.Sc.

LANGSUNG TERBIT

LITERASI LANGSUNG TERBIT

KALKULUS 1

Penulis:
Alvian Sroyer, S.Si., M.Si.
Williza Yanti, M.Pd.
Mayor M. H. Manurung, S.Pd., M.Pd.
Abraham., M.Si.
Sumarni, S. Kom, M. Kom.
Wa Malmia, S.Pd., M.Si.
Dr. Fajriana, S.Si., M.Si.
Usman Tahir ST. M.T.
Didiek Hari Nugroho, S.T., M.T.
Ibnu Maja, S.Si., M.M.
Tiku Tandiangnga, S.Si., M.Sc.

Editor: Weni Yuliani, S.Si., M.M
Penyunting: Vanisa Sri Elvani, S.Si
Desain Sampul dan Tata Letak: Neza Sartika

Diterbitkan oleh:
Literasi Langsung Terbit
Anggota IKAPI No. 052/SBA/2024
Jl. Pasir sebelah No 30, Desa / Kelurahan Pasie Nan Tigo,
Kec. Koto Tangah, Kota Padang
Email : literasilangsungterbit@gmail.com
Website : www.langsungterbit.com

ISBN: 978-623-10-4443-3

Cetakan pertama, November 2024

©Hak cipta dilindungi undang-undang.
Dilarang keras memperbanyak, memfotokopi, Sebagian atau seluruh isi buku tanpa izin tertulis dari penerbit.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kita panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, atas terselesaikannya buku ini yang berjudul *Kalkulus 1*. Buku ini ditujukan bagi mahasiswa dan siapa pun yang ingin memahami konsep-konsep dasar kalkulus, yang merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang paling penting dan fundamental.

Kalkulus tidak hanya mempelajari angka dan rumus, tetapi juga menggali konsep yang mendalam mengenai perubahan dan akumulasi. Dalam dunia yang terus berkembang ini, pemahaman kalkulus menjadi semakin krusial, baik dalam bidang sains, teknologi, ekonomi, maupun dalam kehidupan sehari-hari. Oleh karena itu, buku ini diharapkan dapat memberikan wawasan yang jelas dan mendalam tentang berbagai topik yang berkaitan dengan kalkulus.

Buku ini disusun dengan sistematis, dimulai dari pendahuluan yang menjelaskan pengertian dan sejarah kalkulus, hingga topik-topik lanjutan seperti limit, turunan, dan integral. Setiap bab dirancang untuk membangun pemahaman secara bertahap, dengan dilengkapi latihan dan contoh untuk memudahkan pembaca dalam memahami materi.

Kami berharap buku ini dapat menjadi referensi yang bermanfaat bagi pembaca, dan dapat menginspirasi lebih banyak orang untuk mengeksplorasi keindahan serta kekuatan kalkulus. Terima kasih kepada semua pihak yang telah mendukung penyusunan buku ini. Semoga apa yang disajikan dalam buku ini dapat bermanfaat bagi kita semua.

Jayapura, Oktober 2024
Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR ..... **i**
DAFTAR ISI ..... **ii**
DAFTAR GAMBAR ..... **vi**
DAFTAR TABEL ..... **vii**
BAB 1 PENDAHULUAN **1**
A. Pengertian Kalkulus 1
B. Sejarah Singkat Kalkulus 2
C. Konsep Dasar dan Notasi 4
D. Pentingnya Kalkulus 5
E. Struktur Buku 7
DAFTAR PUSTAKA **10**
BAB 2 SISTEM BILANGAN RIIL **11**
A. Pengantar Sistem Bilangan Riil 11
B. Notasi Himpunan dan Operasinya 15
C. Interval dalam Sistem Bilangan Riil 17
DAFTAR PUSTAKA **24**
BAB 3 FUNGSI, GRAFIK FUNGSI, OPERASI PADA FUNGSI **25**
A. Pendahuluan 25
B. Definisi Fungsi 25
C. Grafik Fungsi 27
D. Operasi pada Fungsi 32
DAFTAR PUSTAKA **35**

BAB 4 LIMIT FUNGSI 37
A. Pendahuluan Limit 37
B. Limit-limit Sepihak 40
C. Teorema Limit 41
D. Limit melibatkan Fungsi Trigonometri 43
E. Limit-limit pada Tak Berhingga, Limit-limit Tak Hingga 44
F. Kekontinuan Fungsi 45
G. Latihan 47
DAFTAR PUSTAKA 49
BAB 5 KONTINUITAS LIMIT 51
A. Pendahuluan 51
B. Kontinuitas Limit 52
C. Kesimpulan 58
DAFTAR PUSTAKA 61
BAB 6 DEFINISI TURUNAN 63
A. Pendahuluan 63
B. Garis Singgung 63
C. Kecepatan Sesaat 65
D. Definisi Turunan 66
E. Simbol Turunan 69
F. Langkah-Langkah Mencari Turunan 71
G. Aturan Mencari Turunan 72
DAFTAR PUSTAKA 83
BAB 7 TURUNAN FUNGSI ALJABAR 85
A. Pendahuluan 85

B. Konsep Turunan Fungsi Aljabar 85
C. Sifat Sifat Turunan Fungsi Aljabar 89
D. Aplikasi Turunan Fungsi Aljabar 97
DAFTAR PUSTAKA 100
BAB 8 KEMONOTONAN DAN KECEKUNGAN 101
A. Pendahuluan 101
B. Teorema Kemonotonan 101
C. Teorema Kecekungan 108
D. Hubungan Antara Kemonotonan dan Kecekungan 110
DAFTAR PUSTAKA 112
BAB 9 APLIKASI TURUNAN 113
A. Pendahuluan 113
B. Penerapan Turunan 113
DAFTAR PUSTAKA 128
BAB 10 INTEGRAL 129
A. Pengantar Konsep Integral 129
B. Integral Tak Tentu 131
C. Integral Tentu 138
DAFTAR PUSTAKA 147
BAB 11 TEKNIK INTEGRASI 149
A. Pendahuluan 149
B. Integrasi Dengan Substitusi 150
C. Beberapa Integral Trigonometri 151
D. Substitusi yang Merasionalkan 155
E. Integral Parsial 157

F. Integrasi Fungsi Rasional.....159
DAFTAR PUSTAKA.....165
BIODATA PENULIS.....166

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Jenis interval (A) interval terbuka dan (B) interval tertutup 19
Gambar 3. 1 Grafik Fungsi Linier 28
Gambar 3. 2 Grafik dengan bentuk parabola 29
Gambar 3. 3 Sketsa grafik untuk contoh 1 32
Gambar 3. 4 Fungsi $(fog)(x) = f(g(x))$ 34
Gambar 4. 1 Teorema A 41
Gambar 6. 1 Garis Kurva 64
Gambar 6. 2 Garis Singgung 64
Gambar 6. 3 Perpindahan objek 65
Gambar 7. 1 Kurva 86
Gambar 7. 2 Grafik fungsi $f(x)$ 89
Gambar 8. 1 Gambar Indikasi kemonotonan dengan mengacu pada turunan pertama dari fungsi $f(x)$ 102
Gambar 8. 2 Illustrasi grafik soal no.1, fungsi $f(x)$ dan turunannya $f'(x)$ 105
Gambar 8. 3 Illustrasi grafik soal no.2, fungsi $f(x)$ dan turunannya $f'(x)$ 106
Gambar 8. 4 Illustrasi grafik soal no.3, fungsi $f(x)$ dan turunannya $f'(x)$ 107
Gambar 8. 5 a. Interpretasi grafik kecekungan ke atas; b.Interpretasi grafik kecekungan ke bawah 109
Gambar 8. 6 Implementasi turunan kedua untuk menetukan interval dari cekung ke atas atau ke bawah. 109
Gambar 8. 7 Illustrasi grafik soal no.1, fungsi fx dan turunannya $f'x$, dan $f''x$ 111
Gambar 9. 1 Grafik fungsi contoh soal 1 115
Gambar 10. 1 Grafik $y = x - 8\cos(x)$ 146

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Jenis Interval.....18
Tabel 2. 2 Himpunan penyelesaian interval.....23
Tabel 4. 1 Daftar nilai.....39
Tabel 8. 1 Hasil analisis kecekungan.....111

BAB 1
PENDAHULUAN

A. Pengertian Kalkulus

Kalkulus merupakan salah satu cabang matematika yang mempelajari perubahan. Terdapat dua aspek utama dalam kalkulus: analisis perubahan fungsi (diferensial) dan perhitungan akumulasi perubahan tersebut (integral). Kalkulus berfungsi sebagai alat yang sangat penting dalam menyelesaikan berbagai permasalahan di bidang sains, teknik, ekonomi, dan disiplin ilmu lainnya.

Kalkulus terbagi menjadi dua bagian utama, yaitu kalkulus Diferensial dan kalkulus Integral. Kalkulus Diferensial berhubungan dengan konsep turunan (derivatif), yang digunakan untuk menganalisis bagaimana suatu fungsi berperilaku ketika variabel inputnya mengalami perubahan. Derivatif dapat membantu dalam menentukan laju perubahan atau kemiringan garis pada titik tertentu dalam grafik fungsi. Sebagai contoh, ini dapat digunakan untuk menghitung kecepatan sesaat sebuah kendaraan, yaitu bagaimana posisinya berubah seiring berjalannya waktu. Sementara itu, kalkulus integral berfokus pada konsep integral, yang pada dasarnya merupakan kebalikan dari diferensial. Integral digunakan untuk menghitung total perubahan, seperti luas area di bawah kurva suatu fungsi. Contoh aplikasinya adalah menghitung total jarak yang ditempuh oleh kendaraan dengan mengakumulasi perubahan posisi dari waktu ke waktu.

Kalkulus memiliki beragam aplikasi di berbagai bidang ilmu, termasuk Fisika, Teknik, Ekonomi, Biologi, dan Ilmu Komputer, serta bidang lainnya. Dalam Fisika, kalkulus digunakan untuk memodelkan gerakan objek, menentukan gaya yang bekerja, energi, dan banyak

DAFTAR PUSTAKA

Adams, R. A., & Essex, C. (2017). *Calculus: A Complete Course* (9th ed.). Pearson.

Anton, H. (1992). *Calculus with Analytic Geometry* (edisi 5). John Wiley & Sons

Anton, H., Bivens, I., & Davis, S. (2012). *Calculus* (10th ed.). Singapore. John Wiley & Sons.

Courant, R., & John, F. (1989). *Introduction to Calculus and Analysis* (Vol. 1). Springer-Verlag.

Edwards, C. H., & Penney, D. E. (2007). *Calculus and Analytic Geometry* (3rd ed.). Pearson.

Katz, V. J. (2009). *A History of Mathematics: An Introduction* (3rd ed.). Pearson.

Larson, R., & Edwards, B. H. (2009). *Kalkulus Jilid 1* (Edisi ke-9). Salemba Teknika.

Larson, R., Hostetler, P. & Edwards, B.H. (1990). *Calculus : with analytic geometry*. Lexington: D. C. Heath

Marsden, J. E., & Tromba, A. J. (2003). *Vector Calculus* (5th ed.). W. H. Freeman

Purcell, E. J., & Varberg, D. (2007). *Kalkulus dan Geometri Analitis* (Jilid 1, Edisi ke-8). Jogjakarta: Erlangga.

Stewart, J. (2001). *Kalkulus : Konsep dan Konteks*. Erlangga.

Stewart, J. (2016). *Calculus: Early Transcendentals* (8th ed.). Cengage Learning.

Strang, G. (1991). *Calculus*. Wellesley-Cambridge Press.

Spivak, M. (2008). *Calculus* (4th ed.). Publish or Perish.

Thomas, G. B., Weir, M. D., & Hass, J. (2014). *Thomas' Calculus* (13th ed.). Pearson

BAB 2
SISTEM BILANGAN RIIL

A. Pengantar Sistem Bilangan Riil

1. Definisi dan Representasi

Sistem bilangan riil adalah kumpulan angka yang mencakup berbagai jenis bilangan yang digunakan dalam kalkulus dan analisis matematika. Bilangan ini meliputi bilangan bulat, pecahan, dan angka irasional, yang semuanya dapat direpresentasikan dalam bentuk desimal.

Bilangan riil dapat dinyatakan sebagai desimal, seperti:

- $-\frac{5}{8} = -0{,}625\ldots$
- $\frac{2}{7} = 0{,}285714285714\ldots = 0,\overline{285714}$
- $\sqrt{3} = 1{,}7320\ldots$
- $\frac{1}{3} = 0{,}33333\ldots = 0,\overline{6}$

Dalam contoh di atas, titik-titik (…) menunjukkan bahwa deret digit desimal berlanjut tanpa akhir. Setiap ekspansi desimal ini merepresentasikan bilangan riil, dan meskipun beberapa bilangan memiliki lebih dari satu representasi, seperti 0,999… dan 1,000…, semuanya tetap berhubungan dengan bilangan riil yang sama, yaitu 1.

Bilangan riil sering kali direpresentasikan dengan simbol $\mathbb{R}$, yang menunjukkan sistem bilangan riil atau garis bilangan riil. Garis bilangan riil adalah representasi grafis dari bilangan riil di mana setiap titik pada garis mewakili bilangan riil tertentu. Berikut adalah ilustrasi garis bilangan riil:

DAFTAR PUSTAKA

Thomas, G. B., Weir, M. D., & Hass, J. (2013). *Thomas' calculus: Early transcendentals* (13th ed.). Pearson.

Stewart, J. (2016). *Calculus* (8th ed.). Cengage Learning.

Spivak, M. (2008). *Calculus* (4th ed.). Publish or Perish, Inc.

BAB 3
FUNGSI, GRAFIK FUNGSI, OPERASI PADA FUNGSI

A. Pendahuluan

Fungsi sangat erat kaitannya dengan berbagai kegiatan yang dilakukan sehari-hari. Pada keseharian acap kali melihat dua besaran yang saling bergantungan. Misalkan Harga jenis barang yang bergantung pada stok jumlah barang yang dihasilkan, posisi benda terhadap waktu, prediksi jumlah penduduk di suatu tempat untuk beberapa tahun ke depan, perubahan suhu ruangan yang terjadi dalam satu hari, dan sebagainya.

B. Definisi Fungsi

Andaikan setiap unsur dalam suatu himpunan D ditentukan lewat beberapa cara pada satu elemen tunggal dari himpunan K. Hal ini dinyatakan sebagai suatu fungsi sebagai berikut:

$$f : D \rightarrow K$$

dibaca "f adalah fungsi dari D ke K". Himpunan D disebut *domain* (ranah) dari fungsi f, dinotasikan D_f dan K disebut *co-domain* (koranah) dari f. Jika $\alpha \in D$ maka elemen dalam K yang ditentukan untuk α disebut peta (*image*) dari α, yakni:

$$f(\alpha)$$

yang berarti "f dari α". Dengan demikian ada 2 syarat utama untuk menyatakan fungsi, yaitu:

1) Harus ada dua himpunan

DAFTAR PUSTAKA

Purcell J. E. & Varberg D. (1993). *Kalkulus dan Geometri Analitis*, Jilid 1. Penerbit Erlangga.

Purcell J. E, Varberg D,&Rigdon E. S. (2004). *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Edisi kedelapan, Jilid 1. Penerbit Erlangga.

Chotim, M. (2005). *Kalkulus 2.* Semarang: Penerbitan FMIPA UNNES

BAB 5
KONTINUITAS LIMIT

A. Pendahuluan

Dalam kalkulus dan analisis matematika, konsep kontinuitas dan limit adalah dasar untuk memahami bagaimana fungsi berperilaku pada titik-titik tertentu dan pada interval. Singkatnya keduanya saling terkait dan krusial untuk menganalisis fungsi dan menerapkan konsep matematika yang lebih kompleks. Buku ini bertujuan untuk menjelaskan secara mendalam tentang kontinuitas dan limit serta aplikasi praktisnya dalam kalkulus.

Konsep kontinuitas dan limit merupakan fondasi penting yang memungkinkan kita untuk memahami perilaku fungsi dan perubahan dalam berbagai konteks matematis. Kontinuitas menggambarkan bagaimana suatu fungsi berperilaku tanpa adanya "lonjakan" atau "celah" pada interval tertentu, sementara limit membantu kita menganalisis perilaku fungsi saat mendekati titik tertentu atau saat mendekati tak hingga.

Secara intuitif, kontinuitas mengartikan bahwa grafik fungsi dapat digambar tanpa mengangkat pena dari kertas. Secara matematis, limit fungsi di suatu titik dikatakan kontinu jika nilai fungsi di titik tersebut mendekati nilai fungsi di titik itu., hal ini berarti bahwa jika limit fungsi saat mendekati titik tersebut sama dengan nilai fungsi di titik itu. Konsep ini sangat penting dalam berbagai aplikasi, mulai dari analisis matematika hingga model-model dalam ilmu pengetahuan dan teknik.

Di sisi lain, limit memberikan alat yang kuat untuk mengeksplorasi bagaimana fungsi berperilaku dalam skenario yang ekstrem atau dekat dengan titik tertentu. Limit memungkinkan kita

DAFTAR PUSTAKA

Ayres, F., & Mendelson, E. (2006). *Kalkulus*. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Chiang, A., & Kevin. (2006). *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi*. Jakarta: Erlangga.

Dedi, E., dkk. (2020). *Kalkulus*. Jakarta Timur: Bumi Aksara.

Indriyati, K. (2019). *Matematika Teknik*. Jakarta: Universitas Katolik Indonesia Atma Jaya.

Iswadi, H., & Asmawati, E. dkk. (2017). *Kalkulus*. Malang: Media Nusa Creative.

Nursiyono, E. A. (2023). *Kalkulus Lanjut*. Yogyakarta: Penerbit Andi.

Rany, P. D. (n.d.). *Matematika Terapan*. Jawa Tengah: Pustaka Rumah Cinta.

Razali, M., dkk. (2021). *Kalkulus Diferensial*. Medan: Umsu Press.

Sulistio, L. (2022). *Basic Calculus (Matematika Dasar)*. Jepara: Unisnu Press.

Samuel, H. (2020). *Matematika Ekonomi*. Depok: Rajagrafindo Persada.

Susilowati, S. E., dkk. (2023). *Kalkulus*. Yogyakarta: Bintang Semesta Media.

BAB 6
DEFINISI TURUNAN

A. Pendahuluan

Dalam matematika, turunan suatu fungsi merupakan ukuran perbedaan reaksi dari nilai fungsi terhadap perubahan nilai suatu variabel. Misalnya, letak benda berpindah terhadap kecepatan benda bergerak terhadap waktu. (Wikipedia bahasa Indonesia, 2024).

Proses mencari turunan disebut antiturunan. Turunan dan integral merupakan 2 operasi awal pada kalkulus satu variabel. Teori turunan banyak dipakai pada beragam cabang ilmu matematika hingga Jurusan ilmu yang lain. Pada Jurusan ekonomi, turunan dipakai untuk memperkirakan biaya marginal, jumlah pendapatan, serta biaya produksi. Pada bidang biologi turunan digunakan untuk menghitung laju perkembangan mikroorganisme, dalam bidang fisika untuk menghitung kepadatan kawat, dalam bidang kimia untuk menghitung laju pembelahan, dalam bidang geografi untuk menghitung laju pertumbuhan populasi, dan masih banyak lagi. (Wikipedia bahasa Indonesia, 2024).

B. Garis Singgung

Secara informal, garis singgung adalah gagasan Euclid tentang garis yang menyentuh kurva hanya pada satu titik. (Gambar 6.1). Garis yang bersinggungan pada kurva di *P* lebih baik daripada garis yang dekat dengan kurva di P, namun masih ambigu dalam hal akurasi matematis.

DAFTAR PUSTAKA

Ariyanti, N.L.A.& N. (2018) *Kalkulus*. Edited by S.B. Sartika. Sidoarjo, Jawa Timur: UMSIDA Press.

Budiono, D. (2021) *Menguasai diferensial Untuk Siswa SMA*. Pertama. Bandar Lampung: Arjasa Pratama.

Christina Eni Pujiastuti (2022) *Kalkulus Diferensial*. Jakarta: Program Studi Teknik Mesin Fakultas Teknologi Industri Universitas Trisakti.

Irmayanti, dkk (2021) *Teori-dan-Aplikasi-Kalkulus-Dasar.pdf*. Edited by Z. Razi. Pidie: Yayasan Penerbit Muhammad Zaini.

Rodliyah, S.S.& L. (2020) *KALKULUS DASAR Pendekatan Blended Learning*. Pertama. Edited by K. Ikhwan. Jombang: CV. AA. RIZKY.

Sesanti, N.R. (2019) *Dasar-Dasar Kalkulus*. Pertama. Malang: Ediide Infografika.

Sucipto, L. (2021) *Kalkulus Diferensial*. Pertama. Edited by D. Hidayati. Mataram: Sanabi.

Wikipedia bahasa Indonesia, ensiklopedia bebas https://id. wikipedia. org/wiki/Turuna. (2024) 'Turunan', pp. 1–18.

BAB 7
TURUNAN FUNGSI ALJABAR

A. Pendahuluan

Turunan fungsi aljabar merupakan konsep penting dalam pembelajaran kalkulus yang berhubungan dengan laju perubahan suatu fungsi. Laju perubahan nilai fungsi meliputi laju perubahan rata-rata dan laju perubahan sesaat.

Pemahaman tentang turunan fungsi aljabar sering menjadi tantangan bagi peserta didik. Sehingga, dapat berdampak pada kemampuan peserta didik tersebut dalam memecahkan masalah matematika yang lebih kompleks.

B. Konsep Turunan Fungsi Aljabar

Pada bab sebelumnya telah membahas tentang definisi turunan yang bahwa laju perubahan dan kecepatan sesast merupakan salah satu penerapan dari turunan fungsi. Turunan adalah pengukuran terhadap bagaimana fungsi berubah seiring perubahan nilai yang dimasukkan. Secara Umum, turunan menunjukkan bagaimana suatu besaran berubah akibat perubahan lainnya. Proses dalam menemukan turunan disebut diferensiasi.

Jika A dan B adalah dua titik yang sangat berdekatan pada kurva, δx (delta x) dan δy (delta y) yang masing-masing mewakili kenaikan kecil pada arah x dan y, maka:

DAFTAR PUSTAKA

Adams, R. A., & Essex, C. (2017). *Calculus: A complete course* (9th ed.). Pearson. Library and Archives Canada Cataloguing in Publication.

Leithod, L. (1986). *Kalkulus dan ilmu ukur analitik* (E. Hutahaean, Trans.). Erlangga.

Purcell, E. J., Varberg, D., & Susila, N. (1995). *Kalkulus dan geometri analitis* (B. Kartasasmita & Rawuh, Trans.). Erlangga.

Trench, W. F. (2013). *Introduction to real analysis*. Pearson Education.

BAB 8
KEMONOTONAN DAN KECEKUNGAN

A. Pendahuluan

Dalam konteks Kalkulus, kemonotonan dan kecekungan merupakan konsep penting dalam analisis dan fungsi. Karena analisis kemonotonan maupun kecekungan melibatkan penentuan turunan pertama dari suatu fungsi yang diberikan.

Kemonotonan merupakan konsep dalam analisis fungsi yang menggambarkan kecenderungan naik atau turunnya suatu fungsi diinterval dan kriteria tertentu. Sedangkan kecekungan adalah kecenderungan bentuk grafik suatu fungsi yang menunjukkan perubahan fungsi dari cekung ke atas atau cekung ke bawah begitupula sebaliknya. Hubungn antara kemonotonan dan kecekungan dalam analisis fungsi sangaat penting, karena keduanya saling terkait dalam memahami sifat dan perilaku grafik suatu fungsi.

Kedua teorema tersebut memiliki aplikasi yang luas dalam berbagai bidang, tetapi paling tepat digunakan dalam bidang ilmu matematika, ekonomi dan analisis bisnis. Teorema tersebut juga tak kalah pentingnya dalam berbagai bidang teknik, terutama dalam analisis dan desain sistem yang dapat menentukan performa sistem teknik karena mempengaruhi cara sistem bergerak dan berubah.

B. Teorema Kemonotonan

Teorema kemonotonan adalah suatu teorema dalam analisis diferensial. Teorema ini digunakan untuk menentukan apakah suatu fungsi monoton naik atau turun di interval tertentu.

DAFTAR PUSTAKA

Desmos. (n.d.). *Calculator*. https://www.desmos.com/calculator (Diakses pada: 9 September 2024).

Kecekungan fungsi. (n.d.). *Bing*. https://www.bing.com/search?pglt=171&q=kecekungan+fungsi&cvid=ef6bfc12f76c426782912ef88fad89ce&gs_lcrp=EgZjaHJvbWUqBggBEAAYQDIGCAAQRRg5MgYIARAAGEAyBggCEAAYQDIGCAMQABhAMgYIBBAAGEAyBggFEAAYQNIBCDQ3OTRqMGoxqAIBsAIB&FORM=ANNTA1&PC=U531 (Diakses pada: 9 September 2024).

Kemonotonan fungsi. (n.d.). *Rahmateduc*. https://www.rahmateduc.com/2019/04/kemonotonan-fungsi_24.html (Diakses pada: 9 September 2024).

[YouTube Video]. (n.d.). https://youtu.be/5JwWyRe3zu0 (Diakses pada: 9 September 2024).

[YouTube Video]. (n.d.). https://youtu.be/Rd8C-sUKXUM (Diakses pada: 9 September 2024).

BAB 9
APLIKASI TURUNAN

A. Pendahuluan

Pada bab ini kita akan membahas aplikasi atau penerapan turunan dalam berbagai bidang seperti halnya bidang sains, teknik atau rekayasa, dan penerapan dibidang lainnya. Secara garis besar, suatu persamaan diferensial yang mengandung turunan-turunan dari suatu fungsi yang biasanya kita namakan fungsi $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, akan kita tentukan dari persamaan tersebut (Kreyszig, 1988). Konsep teoritis aplikasi atau penerapan turunan pada berbagai bidang melibatkan pemahaman yang mendalam tentang bagaimana turunan dapat menggambarkan suatu laju perubahan terhadap variable yang akan diamati, dan bagaimana konsep ini dapat digunakan dalam berbagai konteks teoritis utama.

B. Penerapan Turunan

Aplikasi turunan pada bidang kalkulus (dasar) memiliki berbagai penerapan yang sangat luas di berbagai bidang ilmu sains, teknik (rekayasa) maupun penerapan-penerapan dibidang lainnya, diantaranya:

1. Turunan dapat diaplikasikan untuk menentukan titik stationer serta nilai maksimum dan minimum dari kurva: (Stroud & Booth, 2003)

Dari kurva turunan pertama, akan kita peroleh titik stationer: $\frac{dy}{dx} = 0$
Untuk kurva turunan kedua, kita akan lihat bahwa:

DAFTAR PUSTAKA

Kreyszig, E. (1988). *Advanced Engineering Mathematics, Six Edition.* New Jersey: John Willey & Sons, Inch.

Levenspiel, O. (1999). *Chemical Reaction Engineering, Third Edition.* New York: John Wiley & Sons.

Nugroho, D. H. (2017). Pengaruh Diameter Nozzle, Temperatur, dan pH Terhadap Penyisihan Kadar Amonia Dengan Menggunakan Udara Stripping Pada Kolom Gelembung Pancaran. *Jurnal Hasil Penelitian Industri, Vol.6, No.1*, 59-64.

Nugroho, D. H., Adisalamun, & Machdar, I. (2014). Pengaruh Nozzle Terhadap Hidrodinamika Kolom Gelembung Pancaran. *Jurnal Rekayasa Kimia dan Lingkungan*, 84-91.

Sarjono, H., & Sanny, L. (2012). *Aplikasi Matematika Untuk Bisnis dan Manajemen.* Jakarta: Penerbit Salemba Empat.

Sastry, S. (2008). *Engineering Mathematics, Volume One, Fourth Edition.* New Delhi: PHI Learning Private Limited.

Stroud, K., & Booth, D. J. (2003). *Matematika Teknik, Edisi Kelima, Jilid I.* Jakarta: Penerbit Erlangga.

Wijaya, Y. P. (2024). Penerapan Kalkulus Diferensial dalam Analisis Kecepatan dan Percepatan pada Gerak Benda. *Jurnal Dunia Ilmu*.

Yahya, Y., Suryadi, D. H. S., & Agus, S. (2014). *Matematika Dasar Perguruan Tinggi.* Bogor: Penerbit Ghalia Indonesia.

BAB 10
INTEGRAL

A. Pengantar Konsep Integral

1. Archimedes dan Konsep Integral

Archimedes (287 SM–212 SM) adalah seorang matematikawan dan ilmuwan Yunani yang dikenal sebagai salah satu pionir dalam pengembangan konsep integral. Ia lahir di Sirakusa, Sisilia, dan banyak informasi tentang kehidupannya berasal dari biografer Romawi, Plutarch. Archimedes diakui sebagai salah satu matematikawan terbesar sepanjang masa, dan kontribusinya dalam bidang matematika sangat memengaruhi perkembangan kalkulus integral.

Salah satu pencapaian terbesar Archimedes adalah pengembangan *Methode of Exhaustion*, sebuah teknik yang digunakan untuk menghitung luas dan volume. Metode ini sangat mendekati prinsip-prinsip kalkulus integral modern, di mana luas di bawah kurva dan volume benda dapat dihitung dengan membagi bentuk tersebut menjadi bagian-bagian kecil dan menjumlahkan hasilnya. Dalam karya-karyanya, Archimedes menggunakan metode kehabisan untuk menemukan luas area yang dibatasi oleh parabola dan spiral serta menghitung volume silinder, paraboloid, dan segmen bola.

Dalam salah satu penemuan yang paling terkenal, Archimedes menunjukkan bahwa volume bola adalah dua pertiga dari volume silinder terkecil yang dapat menampungnya. Pencapaian ini mencerminkan pemahaman awal tentang bagaimana menghitung volume dan luas dengan pendekatan yang mirip dengan kalkulus integral, meskipun tanpa alat aljabar dan sistem bilangan yang kita miliki saat ini.

DAFTAR PUSTAKA

Adams, R. A. & Essex, C. (2010). *Calculus a Complete Course* (7th ed.) Pearson.

Anton, H., Bivens, I., & Davis, S. (2012). *Calculus* (10th ed.). John Wiley & Sons, Inc.

Spivak, M. (2008). *Calculus* (4th ed.). Publish or Perish, Inc.

Stewart, J. (2016). *Calculus* (8th ed.). Cengage Learning.

Thomas, G. B., Weir, M. D., & Hass, J. (2013). *Thomas' calculus: Early transcendentals* (13th ed.). Pearson.

BAB 11
TEKNIK INTEGRASI

A. Pendahuluan

Bentuk-bentuk integrasi baku

1. $\int k\, du = ku + C$
2. $\int u^r\, du = \begin{cases} \frac{u^{r+1}}{r+1} + C, & r \neq -1 \\ ln|u| \quad , & r = -1 \end{cases}$
3. $\int e^u du = e^u + C$
4. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C, a \neq 1, a > 0$
5. $\int \sin u\, du = -\cos u + C$
6. $\int \cos u\, du = \sin u + C$
7. $\int \sec^2 u\, du = \tan u + C$
8. $\int \csc^2 u\, du = -\cot u + C$
9. $\int \sec u \tan u\, du = \sec u + C$
10. $\int \csc u \cot u\, du = -\csc u + C$
11. $\int \tan u\, du = -\ln|\cos u| + C$
12. $\int \cot u\, du = \ln|\sin u| + C$
13. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = \sin^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + C$
14. $\int \frac{du}{a^2+u^2} = \frac{1}{a}\tan^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + C$
15. $\int \frac{du}{u\sqrt{u^2-a^2}} = \frac{1}{a}sec^{-1}\left(\frac{|u|}{a}\right) + C = \frac{1}{a}cos^{-1}\left(\frac{a}{|u|}\right) + C$
16. $\int \sinh u\, du = \cosh u + C$
17. $\int \cosh u\, du = \sinh u + C$

DAFTAR PUSTAKA

Purcell, E. J., Varberg, D., & Rigdon, S. E. (2004). Kalkulus Edisi Kedelapan Jilid 1.

Supama, Indrati, Ch. R., Salmah, Surodjo, B., Tari, M., & Zulijanto, A. (2002). Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Gadjah Mada.

BIODATA PENULIS

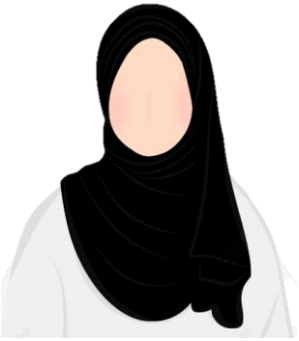


Alvian Sroyer, S.Si., M.Si.
Dosen Program Studi Matematika
Fakultas MIPA, Universitas Cenderawasih Jayapura

Penulis lahir di Sorido-Biak tanggal 29 Agustus 1981. Penulis mulai mengikuti pendidikan formal mulai SD, SMP dan SMA di Kabupaten Biak-Numfor, dan pendidikan tinggi S1 di Program Studi Matematika FMIPA Universitas Cenderawasih pada tahun 2000 dan lulus tahun 2004. Kemudian melanjutkan Studi Magister (S2) di Program Magister Matematika, Institut Teknologi Bandung pada tahun 2006 dan lulus tahun 2009. Saat ini penulis adalah dosen tetap Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Cenderawasih, dan sedang mendapatkan tugas tambahan sebagai Wakil Dekan III FMIPA Universitas Cenderawasih. Buku yang telah ditulis dan terbit berjudul: *Machine Learning*, Metode Penelitian kuantitatif & Aplikasi Pengolahan Analisa Data Statistik, *Big Data Analytics*: Konsep, Implementasi, dan Aplikasi Terkini, Algoritma & pemrograman dengan GUI Matlab R2015b, Etnomatematika, Matematika Dasar dan *Data mining*: memahami pola dibalik angka.

---000---

BIODATA PENULIS



Williza Yanti, M.Pd
Dosen Pendidikan Matematika Universitas Nahdlatul Ulama Kalimantan Selatan

Penulis lahir di Banjarmasin tanggal 20 Juni 1992. Saat ini penulis menjabat sebagai Sekretaris Lembaga Penjaminan mutu di Universitas Nahdlatul Ulama Kalimantan Selatan.

Penulis memulai karier di Universitas Nahdlatul Ulama Kalimantan Selatan pada tahun 2018 dengan penempatan di program studi Pendidikan matematika fakultas keguruan dan ilmu Pendidikan. Semenjak diangkat menjadi dosen, menjabat menjadi dekan FKIP sejak tahun 2019 hingga tahun 2021. Setelah itu penulis pernah menjadi tim PPL, dosen Pamong untuk PPL dan juga pembimbing KKN, penulis juga pernah menjadi Koordinator MBKM serta Koordinator pertukaran Mahasiswa Merdeka (PMM). Saat ini penulis menjadi sekretaris Lembaga penjaminan mutu pada tahun 2024 hingga saat ini.

---000---

BIODATA PENULIS



Mayor M. H. Manurung, S.Pd., M.Pd.
Dosen Program Studi Pendidikan Matematika
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Cenderawasih

Penulis lahir di Biak tanggal 16 September 1983. Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Cenderawasih Papua. Menyelesaikan pendidikan S1 pada Pendidikan Matematika dan melanjutkan S2 pada Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Surabaya. Saat ini penulis mengampuh beberapa mata kuliah yang salah satunya adalah mata kuliah Kalkulus. Selain mengajar saat ini memiliki tugas tambahan sebagai Wakil Dekan Bidang Kemahasiswaan FKIP Universitas Cenderawasih Periode 2021- 2025.

Penulis dapat dihubungi melalui Alamat email:
mayormanurung16@gmail.com

---000---

BIODATA PENULIS



Abraham., M.Si.
Dosen Program Studi Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Cenderawasih

Penulis lahir di Panyangkalan tanggal 12 Juli 1978. Penulis merupakan dosen tetap pada Program Studi Matematika-Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Cenderawasih, Jayapura-Papua. Penulis menyelesaikan pendidikan Sarjana S1 pada Jurusan Matematika dan melanjutkan pendidikan Magister S2 pada Tahun 2010 di Institut Teknologi Bandung dengan bidang keilmuan Matematika Terapan.

---000---

BIODATA PENULIS



Sumarni, S. Kom, M. Kom.
Dosen Program Studi Teknik Informatika
Fakultas Ilmu Komputer Universitas Ichsan Gorontalo

Penulis lahir di Addamareng tanggal 26 Januari 1986. Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Teknik Informatika Fakultas Ilmu Komputer Universitas Ichsan Gorontalo. Menyelesaikan pendidikan S1 pada Jurusan Teknik Informatika dan melanjutkan S2 pada Jurusan Teknik Informatika di Universitas Dians Nuswantoro. Pengalaman: ini buku pertama kali menulis. Tapi sebelumya penulis melakukan beberapa penelitian di bidang komputer dan menerbitkan beberapa jurnal bereputasi.

---000---

BIODATA PENULIS



Wa Malmia, S.Pd., M.Si.
Dosen Pendidikan Matematika
Fakultas Keguran dan Ilmu Pendidikan, Universitas Iqra Buru

Penulis lahir di Hative Kecil kota Ambon tanggal 21 April 1986. Penulis adalah dosen pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Iqra Buru. Menyelesaikan pendidikan S1 pada Jurusan Pendidikan Matematika Universitas Darussalam Ambon dan melanjutkan S2 pada Jurusan Matematika Universitas Hasanuddin Makassar. Saat ini selain mengajar penulis juga menekuni bidang penelitian dan pengabdian kepada masyarakat.

---000---

BIODATA PENULIS



Dr. Fajriana, S.Si., M.Si.
Dosen Pendidikan Matematika
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, serta
Teknik Informatika Fakultas Teknik Universitas Malikussaleh

Penulis lahir di Lhokseumawe tanggal 20 Juli 1976. Penulis adalah dosen pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, dan Teknik Informatika Fakultas Teknik, Universitas Malikussaleh. Menyelesaikan pendidikan S1 pada Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Syiah Kuala, dan melanjutkan S2 serta S3 pada Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sumatera Utara.

---000---

BIODATA PENULIS



Usman Tahir ST. MT
Dosen Program Studi Teknik Elektro
Fakultas Teknologi Industri dan Kebumian, Universitas Sains dan Teknologi Jayapura (USTJ) Papua

Penulis lahir di Mareto Kab. Barru Sul-Sel, 15 Januari 1968. Gelar ST., (1996) dari UMI Makassar, Gelar M.T., (2001) dari ITS-Surabaya masing-masing dalm bidang Teknik Tenaga Listrik dan Sistem Pengaturan. Saat ini sedang menggeluti bidang ilmu Lingkungan di Universitas Brwijaya. Penulis aktif dalam berbagai riset rekayasa energi terbarukan dan juga menyusun buku chapter Green Technologi, Eksplorasi Aneka warna Teknik Elektro, Digital Society 4.0 Menghadapi revolusi Industri Keempat, Metodologi Penelitian dan sebagai dosen aktif pada bidang Teknik Elektro pada Fakultas Teknnologi Industri dan Kebumian USTJ dengan mengampu berbagai matakuliah termasuk Kalkulus.

---000--

BIODATA PENULIS



Didiek Hari Nugroho, S.T., MT.
Dosen Program Studi D4 Teknologi Kimia Industri
Jurusan Teknik Kmia, Politeknik Negeri Sriwijaya

Penulis Lahir di Maumere, 30 Oktober 1980, adalah alumni Sarjana (S1) Teknik Kimia Universitas Indonesia dan Magister (S2) Teknik Kimia Universitas Syiah Kuala. Selain itu juga merupakan alumni pada Program Drilling, Production and Liquidified Natural Gas Applied Competencies di Southern Alberta Institute of Technology (SAIT), Calgary, Canada; Program IVLP di Wright State University, Ohio, U.S.A; dan Program Wastewater Treatment di Environment Protection Training and Research Institute (EPTRI), Hyderabad, India. Penulis aktif mengajar di Program Studi D4 Teknologi Kimia Industri, salah satunya mata kuliah Kalkulus. Selain mengajar, penulis juga aktif menulis buku dan melakukan penelitian di bidang teknologi proses kimia dan pengolahan limbah industry. Berapa penelitian yang telah dilaksanakan oleh penulis dibiayai oleh DRPM Kemdikbudristek dan hasil penelitiannya juga diterbitkan di beberapa junal ilmiah nasional maupun internasional, buku, dan paten. Penulis sering juga di undang baik sebagai pembicara maupun konsultan yang merupakan bagian dalam melaksanakan kegiatan pengabdian kepada masyarakat.

Penulis dapat dihubungi melalui e-mail: dh.nugroho@polsri.ac.id

---000---

BIODATA PENULIS



Ibnu Maja, S.Si., M.M.
Dosen Politeknik Negeri Sriwijaya

Penulis lahir di Palembang tanggal 05 April 1976. Saat ini penulis sebagai Dosen di Politeknik Negeri Siwijaya jurusan Teknik Elektro Program Studi Teknik Elektronika yang berada di Provinsi Sumatera Selatan.

Penulis memulai karier di Politeknik Negeri Sriwijaya dimulai pada tahun 2005 dengan penempatan pertama di Unit Pelayanan Mata Kuliah Umum (UP MPK) , hombase di Jurusan Teknik Elektro. Sebelum menjadi seorang dosen, Penulis mengajar di sekolah menengah atas sebagai guru honorer dan di bimbingan belajar. Penulis kemudian diangkat sebagai sekretaris UP. MPK dari tahun 2012 sampai dengan tahun 2020. Sekarang menjabat sebagai Koordiantor Mata Kuliah Umum di Pusat Pengembangan Pembelajaran dari tahun 2021 samapai dengan sekarang di Politeknik Negeri Sriwijaya.

---000---

BIODATA PENULIS



Tiku Tandiangnga, S.Si., M.Sc.
Dosen Program Studi Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Cenderawasih

Penulis lahir di Sentani tanggal 15 April 1981. Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Cenderawasih. Menyelesaikan pendidikan S1 pada Program Studi Matematika dan melanjutkan S2 pada Jurusan Matematika di Universitas Gadjah Mada, Yograkarta.

--- 000 ---